Programme de khôlles n°1

Semaine du 15 septembre 2025

Raisonnements

1. Vocabulaire logique : assertion, axiome, négation, conjonction, disjonction, implication, CN, CS, réciproque, contraposée, équivalence, CNS, distributivité du et par rapport au ou, distributivité du ou par rapport au et, lois de De Morgan, négation d'une implication.
2. Quantificateurs : $\forall$, $\exists$, $\exists!$, règles de permutation des quantificateurs, négation d'une assertion avec quantificateurs.
3. Méthodes pour démontrer une assertion, une implication, une équivalence.
4. Récurrence simple, double, multiple, forte.

Note aux khôlleurs : pas de table de vérité ni d'exercice théorique de logique.

Calcul

1. Sommes et produits finis : notations $\sum$ et $\prod$, règles de calcul, changement d'indice, sommes et produits téléscopiques, $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} k$, $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} k^2$, $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} k^3$, $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} q^k$, identité géométrique $a^n - b^n = \dots$.
2. Sommes doubles de la forme $\displaystyle\sum_{1\leqslant i,j\leqslant n} a_{ij}$, $\displaystyle\sum_{1\leqslant i\leqslant j\leqslant n} a_{ij}$ et $\displaystyle\sum_{1\leqslant i<j\leqslant n} a_{ij}$.
3. Vocabulaire sur l'ordre : majorant, minorant, maximum, minimum.
4. Toute partie non vide de $\mathbb{N}$ possède un minimum, toute partie non vide et majorée de $\mathbb{N}$ possède un maximum, toute partie non vide et minorée (resp. majorée) de $\mathbb{Z}$ possède un minimum (resp. maximum).
5. Ordre dans $\mathbb{R}$: borne supérieure, inférieure, toute partie non vide et majorée (resp. minorée) de $\mathbb{R}$ possède une borne supérieure (resp. inférieure) dans $\mathbb{R}$.
6. Valeur absolue, partie entière.

Questions de cours (10 minutes maximum) :

— calcul de $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} k$ ou $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} k^2$ ou $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} k^3$ ou $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} q^k$

— Preuve des inégalités triangulaires $\big||x|-|y|\big| \leqslant |x+y| \leqslant |x|+|y|$ pour tout x et y réels.

Programme de khôlles n°2

Semaine du 22 septembre 2025

Raisonnements

Voir programme 1.

Calcul

1. Programme 1.
2. Fonctions usuelles : sin, cos, tan, exp, ln, $x \longmapsto x^\alpha$ ($\alpha \in \mathbb{R}$).
3. Formulaire de trigonométrie.

Systèmes d'équations linéaires

Systèmes d'équations linéaires, systèmes échelonnés, pivot de Gauss.

Questions de cours (10 minutes maximum) :

— calcul de $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} k$ ou $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} k^2$ ou $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} k^3$ ou $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} q^k$

— Preuve des inégalités triangulaires $\big||x|-|y|\big| \leqslant |x+y| \leqslant |x|+|y|$ pour tout x et y réels.

— demander à l'élève tout ce qu'il sait d'une fonction usuelle au choix (domaine de définition, parité éventuelle, périodicité éventuelle, domaine de continuité, domaine de dérivabilité, formule de la dérivée, tableau de variation avec limites et allure de la courbe).

Programme de khôlles n°3

Semaine du 29 septembre 2025

Calcul

Formulaire de trigonométrie.

Systèmes d'équations linéaires

Systèmes d'équations linéaires, systèmes échelonnés, pivot de Gauss.

Ensembles et applications

1. Les ensembles : inclusion, égalité, ensemble des parties, opérations sur les parties (complémentaire, réunion, intersection, différence), propriétés de ces opérations (dont les distributivités et les lois de De Morgan), produit cartésien d'ensembles.
2. Définition d'une application, égalité, composition, restriction, prolongement, image d'une partie.
3. Injection : définition, la composée de deux injections est une injection.
4. Surjection : définition, la composée de deux surjections est une surjection.

Note aux khôlleurs : l'image réciproque d'une partie n'est pas au programme ; **soyez indulgents sur les injections et surjections en début de semaine.**

Questions de cours (10 minutes maximum) :

- Enoncer *précisément* une définition, proposition, théorème... du cours.
- Demander à l'élève tout ce qu'il sait d'une fonction usuelle au choix (domaine de définition, parité éventuelle, périodicité éventuelle, domaine de continuité, domaine de dérivabilité, formule de la dérivée, tableau de variation avec limites et allure de la courbe).
- Preuve de : «si f et g sont injectives alors $g \circ f$ est injective».
- Preuve de : «si $g \circ f$ est injective alors f est injective».
- Preuve de : «si f et g sont surjectives alors $g \circ f$ est surjective».
- Preuve de : «si $g \circ f$ est surjective alors g est surjective».